

# РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ АВТОМОБИЛЯ ВЫСОКОЙ ПРОХОДИМОСТИ С УЧЕТОМ ОСОБЕННОСТЕЙ КАРДАННОЙ ПЕРЕДАЧИ

## DEVELOPING MATHEMATICAL MODEL OF HIGH-PASSABILITY AUTOMOBILE DYNAMIC SYSTEM WITH CONSIDERATION OF PARTICULARS OF CARDAN GEAR

Ассоциированный проф., докт.техн. наук Морчадзе Т<sup>1</sup>, Докт.техн. наук Гогитидзе Г<sup>2</sup>, Докт.техн. наук Русадзе Н<sup>3</sup>  
Государственный университет Акакия Церетели, Инженерно-технический факультет<sup>1,3</sup> – Кутаиси, Грузия  
Батумская морская академия<sup>2</sup> – Батуми, Грузия

**Abstract:** For analytical investigation of high-frequency torsional vibrations in high-passability automobile transmission line there is used the five-mass dissipative dynamic model. There is developed the mathematical model of dynamic system taking into account the properties of cardan gear. There have been carried out the wave analysis of the engine's rotary moment, and in the dynamic system equivalent to the truck's transmission line - the analysis as of cross-country cargo carrier torsional vibrations, so of the transmission line design parameters effect on the frequencies of torsional vibrations. One of the important sources for harmonic excitation forces is a shaft drive. It was considered in automobile transmission line as a partial vibration system, the features and parameters of which have been determined from specificity of the joint with non-uniform angular speed – between the driving pliable elements of the changeable gear's numerical joints.  
**KEY WORDS:** PASSABILITY; DYNAMICS; CARDAN; FREQUENCY; DISSIPATION; ENERGY; JOINT; RIGIDITY; RESONANCE; HARMONIC

### 1. Введение

Уменьшению нагруженности деталей и узлов транспортных средств всегда придавалось большое значение. Активизация исследовательской работы в этом направлении необходима и на современном этапе.

Использование карданной передачи и двигателя большой мощности повышает нагрузочный режим масса автомобиля и в том числе, трансмиссии, что требует более глубокого исследования высокочастотной динамической нагруженности трансмиссии. Исходя из этого, разработка математической модели динамической системы трансмиссии автомобиля высокой проходимости, с учетом свойств карданной передачи, с целью исследования возникающей высокочастотной динамической нагруженности, весьма актуальна.

### 2. Предпосылки и средства для решения проблемы

Целью работы является рациональный подбор жесткостей и инерционных свойств деталей трансмиссии автомобиля типа 4x4, с целью уменьшения вредного влияния карданной и зубчатой передачи.

С точки зрения научной новизны разработана математическая модель типа 4x4, в которой отражены кинематические особенности карданной передачи. Вал трансмиссии рассматривается, как особый вид карданной передачи. Приводятся критерии и методика проектирования вала трансмиссии.

Карданная передача в трансмиссии автомобиля рассматривается как система парциального колебания, свойства и параметры которой определяются спецификой шарниров с неравномерной угловой скоростью - изменяющимся числом передачи между ведущим и ведомым элементами. В результате, на валах карданной передачи возможно возникновение сложного процесса крутильных колебаний из-за периодического изменения их жесткости. Оказалось, что периодическая составляющая числа передач карданного шарнира вызывает периодическое изменение угловой жесткости и, при определенных соотношениях между собственной частотой системы и изменяющейся составляющей числа передач шарнира, происходит самовозбуждение крутильных колебаний. При этом, в случае равенства углов

установки карданной передачи, в системе возникает параметрическое колебание (резонанс) в чистом виде. В другом случае же к нему добавляются также вынужденные колебания.

### 3. Решение рассматриваемой проблемы

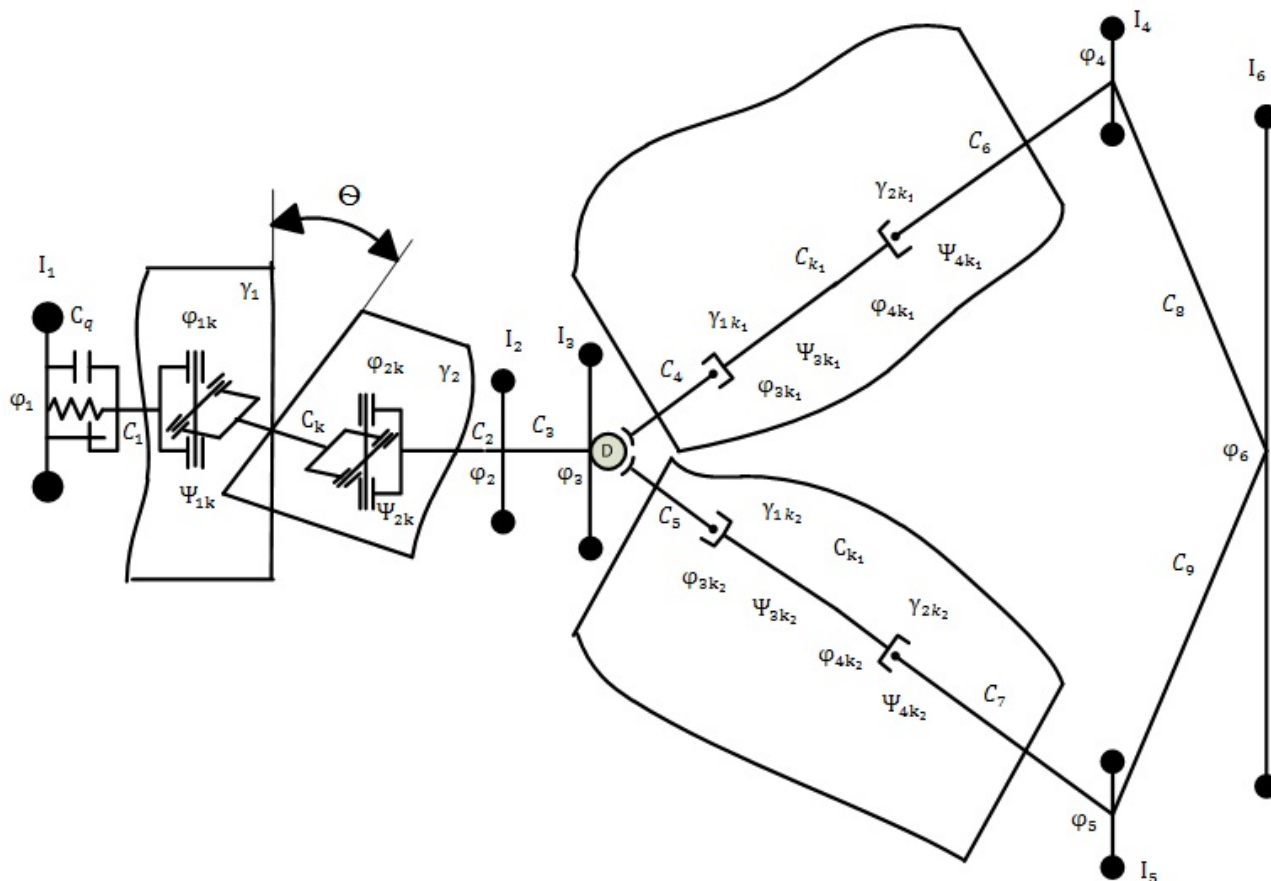
На фиг.1 приводится расчетная схема трансмиссии автомобиля ТАТРА-815, движение которой описывается уравнениями: [1,3,4,5,7]:

- (1)  $I_1 \ddot{q}_1 + C_0(q_1 - q_{1k}) = M_0 + M_a \sin 3\omega t$
- (2)  $C_0(q_{1k} - q_1) + C_k(q_{1k} - q_{2k}) = -\lambda_1 C_k \sin 2(q_{1k} + \omega t) + C_k(q_{2k} - q_{1k})2\lambda_1 \cos 2(q_{1k} + \omega t)$
- (3)  $C_k(q_{2k} - q_{1k}) + C_2(q_{2k} - q_2) = \lambda_1 C_k \sin 2(q_{1k} + \omega t) + C_2\lambda_2[\sin 2(q_{2k} + \omega t + \theta) - \sin 2t] + C_22\lambda_2(q_{2k} - q_2) \cos 2(q_{2k} + \omega t + \theta)$
- (4)  $I_2 \ddot{q}_2 + C_2(q_{2k} - q_2) + C_3(q_2 - q_3) = -C_2\lambda_2 \sin 2(q_{2k} + \omega t + \theta) + C_2\lambda_2 \sin 2\lambda$
- (5)  $I_3 \ddot{q}_3 + C_3(q_3 - q_2) + C_4(q_3 - q_{3k_1}) + C_5(q_3 - q_{3k_2}) = 0$
- (6)  $C_4(q_{3k_1} - q_3) + C_{k_1}(q_{3k_1} - q_{4k_1}) = -C_{k_1}\lambda_{1k_1} \sin 2(q_{3k_1} + \omega t) + C_{k_1}(q_{4k_1} - q_{3k_1})2\lambda_{1k_1} \cos 2(q_{3k_1} + \omega t)$
- (7)  $C_{k_1}(q_{4k_1} - q_{3k_1}) + C_6(q_{4k_1} - q_4) = C_{k_1}\lambda_{1k_1} \sin 2(q_{3k_1} + \omega t) + C_6\lambda_{2k_1} \sin 2(q_{4k_1} + \omega t) + C_6(q_{4k_1} - q_4)2\lambda_{2k_1} \cos 2(q_{4k_1} + \omega t)$
- (8)  $I_4 \ddot{q}_4 + C_6(q_4 - q_{4k_1}) = -C_6\lambda_{2k_1} \sin 2(q_{4k_1} + \omega t)$
- (9)  $C_5(q_{3k_2} - q_3) + C_{k_2}(q_{3k_2} - q_{4k_2}) = -C_{k_2}\lambda_{1k_2} \sin 2(q_{3k_2} + \omega t) + C_{k_2}(q_{4k_2} - q_{3k_2})2\lambda_{1k_2} \cos 2(q_{3k_2} + \omega t)$
- (10)  $C_{k_2}(q_{4k_2} - q_{3k_2}) + C_7(q_{4k_2} - q_5) = C_{k_2}\lambda_{1k_2} \sin 2(q_{3k_2} + \omega t) + C_7\lambda_{2k_2} \sin 2(q_{4k_1} + \omega t) + C_7(q_{4k_2} - q_5)2\lambda_{2k_2} \cos 2(q_{4k_2} + \omega t)$
- (11)  $I_5 \ddot{q}_5 + C_7(q_5 - q_{4k_2}) = -C_7\lambda_{2k_2} \sin 2(q_{4k_2} + \omega t)$
- (12)  $I_6 \ddot{q}_6 + C_8(q_6 - q_4) + C_9(q_6 - q_5) = 0,$

где  $I_1$  - момент инерции вращающихся частей двигателя и сцепления;  $I_2$  - момент инерции первичного вала коробки передач и трансмиссионного вала;  $I_3$  - приведенный момент инерции валов коробки передач, распределительной коробки и зубчатых колес;  $I_4$  - приведенный момент инерции приводного карданного вала и редуктора, полуосей и задних ведущих колес;  $I_5$  - приведенный момент инерции приводного вала переднего моста, редуктора, полуосей и передних приводных

колес;  $C_k$  - жесткость вала трансмиссии;  $C_q$  - жесткость демпфера сцепления;  $C_0 = \frac{C_q + C_1}{C_q * C_1}$  - общая жесткость участка;  $C_1$  - жесткость вала сцепления;  $C_2$  - жесткость первичного вала коробки передач;  $C_3$  - жесткость вторичного и промежуточного валов коробки передач и валов распределительной коробки;  $C_4$  - жесткость приводного вала распределительной коробки заднего моста;  $C_5$  - жесткость приводного вала распределительной коробки переднего моста;  $\Theta$  - угол между

плоскостью, проходящей через ведущий и карданный валы, и плоскостью, проходящей через карданный и ведомый валы;  $\varphi$  - угол поворота масс;  $\Psi$  - угол поворота ведомой вилки;  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  - углы установки карданных шарниров;  $q_i = \varphi_i - \omega t$  ( $i=1;2,\dots,6$ ) - характеризует колебание системы вблизи равномерного вращения со средней угловой скоростью.



Фиг.1. Шестимассовая расчетная динамическая модель автомобиля ТАТРА-815.

Нелинейная зависимость между ведущим и ведомым элементами шарнира, которая получается в результате разложения числа передач шарнира на ряды Фурье до членов первого порядка, выражается уравнениями [2,6,8]:

$$(13) \Psi_{1k} = \varphi_{1k} + \lambda \sin 2\varphi_{1k}$$

$$(14) \Psi_{2k} = \varphi_{2k} + \lambda \sin 2\varphi_{2k}$$

$$(15) \lambda_i = \tan^2 \frac{\gamma_i}{2} \quad i=1, 2, 3, \dots \text{ малый параметр.}$$

Когда  $\lambda=0$ , система уравнений преобразуется в систему линейных дифференциальных уравнений.

Для анализа крутильных колебаний высокой частоты в трансмиссии автомобиля высокой проходимости используется шестимассовая цепная диссипативная динамическая модель. В методе приведения выполняется равенство кинетической энергии приводимой и приведенной масс, потенциальной энергии упругих членов и, в частности, энергии рассеяния (диссипативной функции). В результате в динамике определяются приведенные значения параметров модели [9,10].

Разработана математическая модель динамической системы с учетом свойств карданной передачи. Выполнен гармонический анализ вращающего момента двигателя и анализ как крутильных колебаний в эквивалентной динамической системе трансмиссии, так и анализ влияния конструктивных параметров трансмиссии на собственные частоты крутильных колебаний.

#### 4. Результаты и дискуссия

Оказалось, что периодическая составляющая числа передач карданного шарнира вызывает периодическое изменение угловой жесткости системы и при определенном соотношении между собственной частотой системы и переменной составляющей числа передач шарнира, возникает самовозбуждение крутильных колебаний. При этом, в случае равенства углов установки карданной передачи, в системе возникает параметрическое колебание (резонанс) в чистом виде. В других случаях же к нему добавляются также вынужденные колебания.

Можно сделать вывод, что на прямой передаче уменьшение частоты собственных колебаний трехузловой формы трансмиссии данного автомобиля и выведение из резонансной зоны возможно варьированием жесткостей демпфера сцепления, вала сцепления и вала трансмиссии  $C_1$  и момента инерции коробки передач  $I_2$ . При снижении  $I_2$  выведение системы из резонансной зоны стало возможным, т.к. это, наоборот, вызвало повышение частот собственных колебаний и выведение системы из резонансной зоны было осуществлено только путем уменьшения параметра  $C_1$ . Значение  $C_1$ , при котором частота собственных колебаний на прямой передаче  $p_3$  будет меньше, чем 224,5 рад/сек, возможно получить варьированием жесткостей вала трансмиссии, вала

сцепления и демпфера. Уменьшение их суммарной жесткости до 10000 Н·м/рад, при которой частота собственных колебаний выводится из резонансной зоны и равняется примерно 207 рад/сек.

## 5. Заключение

В автомобилях высокой проходимости по большей части используется карданная передача, имеющая шарнир с неравномерными угловыми скоростями с различными углами наклона, то она была рассмотрена с несколькими гармониками (в зависимости от количества карданных шарниров), как источник возбуждения крутильных колебаний.

Разработана математическая модель автомобиля типа 4x4, в которой отражены кинематические особенности карданной передачи. Вал трансмиссии рассматривается, как особый вид карданной передачи. Приводятся критерии и методика проектирования вала трансмиссии.

## 6. Литература

1. Адамия, Р. Динамика машин. Тбилиси, Мецниереба, 1999, 399 с.
2. რუსაძე, თ., ა.ლეჟავა, გ.ციციტიძე, მ.ფერაძე, თ.მამალაძე, ნ.ღვინევაძე. ავტომობილის სადატვირთო რეჟიმები და საიმედოობა. ქუთაისი, სს. "სტამბა", 1998, 296 გვ.
3. Русадзе, Т. Нагруженность трансмиссии и плавность хода автомобиля. Тбилиси, Издательство Тбилисского университета, 1988, 441с.
4. Иванов, С. В.Манаева. Метод корректирования пространственной карданной передачи. - Автомобильная промышленность, №3, 1981, с.11-12.
5. Адамия, Р., О.Михаиленко. Ограничения динамических нагрузок в машинах. Тбилиси, Мецниереба, 1989, 291 с.
6. Русадзе, Т., В.Платонов, В.Семенов, А.Гогитидзе, П.Русадзе. Оптимизация параметров автомобиля. Батуми, Алиони, 2002, 319 с.
7. Reza, N., G.Jazar. Vehicle dynamics: Theory and application. Melbourne, RMIT University, 2008, 1015 p.
8. Rajamani, R. Vehicle dynamics and control. Springer, 1-st edition, USA, 2006.-277 p.
9. Лукин, П. Исследование крутильных колебаний в трансмиссии переднеприводного легкового автомобиля и оптимизация параметров демпферного устройства. В: Отчет о научно исследовательской работе (МАМИ), УДК 629.114.6:-752. регистрации 81069443, 1982, 152 с.
10. Иванов, С., В.Манаева. Метод корректирования пространственной карданной передачи. - Автомобильная промышленность, №3, 1981, с.11-12.